2.2.2.السبملاكس على مرحلتين (Two-Phase Method)

من خلال المثال الذي تطرقنا إليه في السمبلكس العادية، يلاحظ أن كل القيود كانت على شكل أقل أو يساوي والطرف الأيمن موجب، لهذا تم الحصول على المتغيرات الأساسية لكل قيد بسهولة، غير أنه في الواقع قد تواجهنا بعض المسائل لا تكون فيها القيود على أقل يساوي، والطرف الأيمن من القيود قد لا يكون موجبا.

ولحل مثل هذه المسائل نلجأ إلى طريقة السمبلكس على مرحلتين، حيث في المرحلة الأولى نحاول الدخول إلى منطقة الحلول الممكنة، بينما في المرحلة الثانية يتم البحث فيها عن الحل الأمثل.

في هذه الحالة لابد من إجراء التحويلات التالية:

- إذا كانت دالة الهدف على شكل (Min) تضرب في (1-)، لتتحول إلى Max(-Z)
- إذا كانت إشارة القيد أكبر أو يساوي، في هذه الحالة يتم ضرب المتراجحة في (1-) لتتحول إلى متراجحة من الشكل أقل أو يساوي؛
- إذا القيد مساواة، نضيف متغير اصطناعي (وهمي) للطرف الأيسر، نرمز له بالرمز (a)، ويضاف إلى دالة الهدف بمعامل (0). مهمته المساعدة في الحل، وتعطى له الأولوية في الخروج من الأساس، فإذا أصبح متغير خارج الأساس لا يمكن رجوعه إلى داخل الأساس.

بهذه الطريقة نواجه مشكلة أخرى هي وجود قيم سالبة في الطرف الأيمن من القيد (العمود الأخير) في هذه الحالة سوف نكون خارج منطقة الحل، لذا نستعين بدالة وهمية (Z^a) تحسب كما يلي:

- نضرب السطر الذي فيه متغير وهمي في (1-)؛
- تضرب عناصر السطر الذي فيه قيمة سالبة في العمود الأخير في (1+)؛
- بينما تضرب عناصر الأسطر الباقية في الصفر.

بعد كل هذه العمليات نجمع كل عمود على حدا، لنحصل على قيم سطر دالة الهدف الجديدة (Z^a)، فإذا لم نجد أي عنصر سالب في السطر نتوقف لأن المسالة ليس لها حل. لأنه لا نستطيع الدخول إلى منطقة الحلول الممكنة، وبالتالي لا يمكن البحث عن الحل الأمثل.[1]

مثال (6):

حل المسألة الآتية بطريقة السمبلكس على مرحلتين؟

$$\text{Max } Z = 4X_1 + 5X_2$$
$$X_1 + X_2 = 10$$
$$X_1 + 3X_2 \leq 20$$

---

[1] _ حمودي حاج صحراوي، مرجع سبق ذكره، ص..

$2X_1 - X_2 \geq 14$
$X_1, X_2 \geq 0$

الحل:

الشكل القياسي:

$Z = 4X_1 + 5X_2$
$X_1 + X_2 + a_1 = 10$
$X_1 + 3X_2 + S_2 = 20$
$-2X_1 + X_2 + S_3 = -14$
$X_1, X_2 \geq 0,\ S_2, S_3 \geq 0,\ a_1 = 0$

انطلاقا من الشكل القياسي يمكن إنشاء جدول الحل الأساسي كما يلي:

	(0)	(0)	
T1	X_1	X_2	
(-1) a_1	1	1	10
(0) S_2	1	3	20
(1) S_3	-2	1	-14
Z^a	-3	0	x

	(0)	(5)	
	a_1	X_2	
(4) X_1	1	1	10
(0) S_2	-1	2	10
(0) S_3	2	3	60
(Z)	4	-1	40

نلاحظ من الجدول الأول وجود متغير وهمي داخل الأساس، وكذا قيمة (S_3) سالبة، مما يدل على أن دالة الهدف في هذا الجدول هي دالة وهمية (Z^a)، وبالتالي ندخل معاملاتها (0، 1، −1). أما بالنسبة للجدول الثاني نلاحظ عدم وجود قيم سالبة في العمود الأخير مع خروج المتغير الوهمي من الأساس، مما يدل على دخولنا إلى منطقة الحلول الممكنة، لذا ندخل معاملات دالة الهدف الحقيقة (4، 5) في هذا الجدول بغية الحصول على سطر دالة الهدف الحقيقة (Z).

T3	a_1	S_3	
X_1	1/3	-1/3	8
S_2	-7/3	-2/3	6
X_2	2/3	1/3	2
(Z)	14/3	1/3	42

نلاحظ من الجدول الثالث أن جميع قيم سطر دالة الهدف هي أكبر أو تساوي الصفر، وعليه الحل الأمثل لهذه المسالة هو كالآتي:

$X_1=8,\ X_2=2,\ a_1=0,\ S_2=6,\ S_3=0,\ Z=42.$