2.المعنى الاقتصادي لمتغيرات المسألة الثنوية

1.2.تكلفة الفرصة البديلة (t_j): تسمى أيضا بالتكلفة المخفضة (Reduced Cost)، وهي القيمة اللازمة لتحسين (بالزيادة أو النقصان) معامل المتغير في دالة الهدف حتى يمكن للمتغير أخذ قيمة أكبر من الصفر في الحل الأمثل.

2.2.سعر الظل (Shadow Price):**(Y_i)** يقصد به مقدار التغير (زيادة أو نقصان) في قيمة دالة الهدف نتيجة تغير الطرف الأيمن من القيود بوحدة واحدة. شريطة أن لا تتغير المتغيرات الأساسية في الحل الأمثل وأن لا تتغير عناصر المسألة الأخرى.

مصطفاي ياسين

3.2.علاقة سعر الظل بدالة الهدف

تبين لنا مما سبق أنه هناك علاقة بين سعر الظل (Y_i) ومتغير الطاقة العاطلة (S_i)، كما أن هذا الأخير هو حصيلة الفرق بين قيمة الطرف الأيمن (الطاقة المتاحة) والطرف الأيسر (الطاقة المستعملة) من القيد*، وبالتالي أي تغيير يطرأ على الطرف الأيمن سيؤثر على متغير الطاقة العاطلة هذا من جهة، ومن جهة أخرى سيؤثر على دالة الهدف من جهة أخرى، يمكن توضيح هذه العلاقة بينهما من خلال الجدول التالي:

الطرف الأيمن من القيد	قيمة سعر الظل	قيمة دالة الهدف
إضافة وحدة واحدة	موجبة	زيادة دالة الهدف بقيمة سعر الظل
إضافة وحدة واحدة	سالبة	انخفاض دالة الهدف بقيمة سعر الظل
إضافة وحدة واحدة	معدومة	لا يحدث تغيير
إنقاص وحدة واحدة	موجبة	انخفاض دالة الهدف بقيمة سعر الظل
إنقاص وحدة واحدة	سالبة	زيادة دالة الهدف بقيمة سعر الظل
إنقاص وحدة واحدة	معدومة	لا يحدث تغيير

Source : Ruhul A.Sarker,Charles S.Newton, « Optimization Modelling Approach »,CRC press, New york,2008,p330.

مثال (17):

ليكن لديك البرنامج الخطي لمؤسسة تنتج ثلاث منتجات (A، B، C) على النحو التالي:

$$\text{Max}(Z) = 650X_1 + 500X_2 + 100X_3 \quad \text{دالة الربح}$$

$$2X_1 + X_2 + 2X_3 \leq 1000 \quad \text{قيد ساعات العمل}$$

$$3X_1 + 4X_2 + 2X_3 \leq 500 \quad \text{قيد ساعات اختبار}$$

$$X_1 \leq 60 \quad \text{قيد تسويقي}$$

$$X_2 + X_3 = 200 \quad \text{قيد تسويقي}$$

$$X_1, X_2, X_3 \geq 0.$$

والحل الأمثل لهذه المسألة هو كالآتي:

opt	X_2	S_2	a_4	
S_1	-3	-1	0	500
X_1	1	1/2	-1	50
S_3	-1	-1/2	1	10
X_3	1	0	1	200
(Z)	250	325	-550	52500

المطلوب: استنتج حل المسالة الثنوية مع الشرح الاقتصادي لمتغيراتها؟

* – القيد هنا هو قيد داخلي.

الحل:

حسب جدول الحل الأمثل فإن الحل الأمثل يتطلب بإنتاج 50 وحدة من المنتج (B) و 200 وحدة من (C)، مع بقاء طاقة عاطلة في القيد الأول قدرها 500 ساعة عمل، وفرق في الإنتاج في القيد الثالث قدرها S_3=10 وحدة؛ لتحقيق أقصى ربح قدره 52500 ون.

- **الحل الأمثل للمسالة الثنوية:** نستنتج من جدول الحل الأمثل ما يلي:

t_1= 0,	t_2= 250,	t_3= 0,	y_1= 0,
y_2= 325,	y_3= 0,	y_4= -550	W= 52500

- **شرح المعنى الاقتصادي:**

y_1=0: الحل الأمثل يتطلب عدم استغلال كل ساعات العمل (S_1=500)، وكل ساعة إضافية لا تؤثر على دالة الهدف.

y_2=325 : الحل الأمثل يتطلب استغلال كل ساعات الاختبار (S_2=0)، وكل ساعة إضافية ترفع قيمة دالة الهدف بمقدار 325 ون.

y_3=0: الحل الأمثل يتطلب إنتاج كمية دنيا قدرها 50 وحدة من المنتوج الأول، وكل وحدة منتجة إضافية لا تغير قيمة دالة الهدف.

y_4=-550: الحل الأمثل يتطلب إنتاج 200 وحدة بالضبط من المنتجين الثاني والثالث، وكل وحدة منتجة إضافية سوف ينجم عنها انخفاض في الربح قدره 550 ون.

t_1=0: الحل الأمثل يقضي بإنتاج كمية قدرها 50 وحدة من (A)، وبالتالي لا يتأثر الحل الأمثل إذا قررت المؤسسة إنتاج هذا النوع بهذه الكمية.

t_2=0: حسب الحل الأمثل فإنه لا يجب إنتاج المنتج الثاني، بالتالي إذا قررت المؤسسة العكس فإنها تتحمل انخفاضا في الأرباح قدره 250 ون لكل وحدة منتجة من هذا النوع.

t_3=0: الحل الأمثل يقضي بإنتاج كمية قدرها 200 وحدة من (C)، وبالتالي لا يتأثر الحل الأمثل إذا قررت المؤسسة إنتاج هذا النوع بهذه الكمية.

مصطفى يلس