تمهيد

تعود الجذور التاريخية لتقنيات حل مسائل النقل إلى عام 1941، عندما قدم (Frank L.Hitchcock) بحثه حول تخفيض تكلفة النقل الإجمالية لعملية الشحن، ثم تناولها بشكل أوسع (T.C.Koopmans). وجدير بالذكر أن مسائل النقل تعتبر إحدى تطبيقات البرمجة الخطية، حيث تهدف إلى تقليل تكاليف نقل السلع من مصادر العرض (مراكز إنتاج، مصانع، موانئ) إلى مواقع الطلب (مراكز استهلاك، مراكز تسويق)، أو تخفيض الوقت المستغرق لعملية التوزيع، ولا يقتصر تطبيق هذه النماذج على إيجاد الطرق ذات الأقل تكلفة، بل يمكن تطبيقها على حالات يكون الهدف تعظيم العوائد الربحية إلى أقصى حد ممكن.

1.صياغة النموذج الرياضي لمشكلة النقل

قبل البدء بصياغة النموذج الرياضي لمشكلة النقل، لابد من توضيح مكونات جدول النقل، وهو موضح فيما يلي:

		مراكز الطلب						العرض
		D_1	D_2	...	D_j	...	D_n	a_i
مراكز العرض	S_1	C_{11} X_{11}	C_{12} X_{12}	...	C_{1j} X_{1j}	...	C_{1n} X_{1n}	a_1
	S_2	C_{21} X_{21}	C_{22} X_{22}	...	C_{2j} X_{2j}	...	C_{2n} X_{2n}	a_2
	...	...	...	...	...	...	...	...
	S_i	C_{i1} X_{i1}	C_{i2} X_{i2}	...	C_{ij} X_{ij}	...	C_{in} X_{in}	a_i
	...	...	...	...	...	...	...	...
	S_m	C_{m1} X_{m1}	C_{m2} X_{m2}	...	C_{mj} X_{mj}	...	C_{mn} X_{mn}	a_m
الطلب b_j		b_1	b_2	...	b_j	...	b_n	$\sum_j^n b_j$

حيث أن:

(S_i): يمثل مركز توزيع السلع والبضائع رقم (i).

(D_j): يمثل مركز استلام السلع والبضائع رقم (j).

(C_{ij}): يمثل تكلفة نقل وحدة واحدة من مركز توزيع رقم (i) إلى مركز الاستلام رقم (j).

(X_{ij}): يمثل كمية السلع والبضائع التي ستنقل من مركز توزيع رقم (i) إلى مركز الاستلام رقم (j).

(a_i): تمثل كمية السلع و البضائع المعروضة في مركز التوزيع رقم (i).

(b_j): يمثل كمية السلع و البضائع المطلوبة في مركز الاستلام رقم (j).

وبناءا على ما تقدم، واعتمادا على معلومات الجدول السابق، يمكن صياغة النموذج الرياضي لمشكلة النقل باستخدام الطريقة التالية:

1.1 تشكيل دالة الهدف

$$Min.Z = \sum_{j=1}^{n}\sum_{i=1}^{m} C_{ij}X_{ij}$$

2.1.تشكيل القيود

- قيود مراكز التوزيع:

$$\sum_{j=1}^{n} X_{ij} = a_i \qquad ,i=1,2,3,\ldots\ldots\ldots\ldots n$$

- قيود مراكز الاستلام:

$$\sum_{i=1}^{m} X_{ij} = b_j \qquad ,j=1,2,3,\ldots\ldots\ldots\ldots m$$

3.1.قيود اللاسلبية

$$X_{ij} \geq 0, \qquad (i = 1,2,3\ldots\ldots, n; j = 1,2,3\ldots\ldots\ldots m)$$

2.مراحل حل مشاكل النقل

تتمثل هذه المراحل فيما يلي:

1.2.إعداد الحل الأساسي: ويكون هذا الحل على أساس تلبية احتياجات نقاط الطلب في حدود الكميات المعروضة، ويمكن إعداد جدول الحل الأساسي وفق ثلاثة طرق هي: طريقة الأقل تكلفة (Least Cost method)، طريقة الركن الشمالي الغربي (North Corner Method)، وطريقة فوجل (Vogel's Aproximation Method)؛

2.2.تحسين الحل إلى أن نصل للحل الأمثل: بعد إعداد الحل الأساسي، يمكن اختبار أمثلية الحل لتحديد إمكانية تخفيض تكلفة النقل بتغير الحل، وإذا اتضح أنه يمكن تخفيض التكلفة إلى غاية الحصول على الحل الأمثل، ففي هذه الحالة نستخدم إحدى الطريقتين : طريقة الحجر المتنقل، وطرقة التوزيع المعدل.

3.الطرق المعتمدة لإيجاد الحل الأولي

رأينا فيما سبق أنه توجد ثلاثة طرق للحصول على الحل الأولي، إلا أننا سوف نقتصر على طريقتي الركن الشمالي الغربي والخلية ذات الأقل تكلفة.

1.3.طريقة الركن الشمالي الغربي (North Corner Method)

هذه الطريقة تستعمل للحصول على حل أولي، وهي من أسهل وأبسط الطرق مقارنة الطرق الأخرى لإيجاد الحلول الأولية.

1.1.3.خطوات الحل الأولي باستخدام طريقة الركن الشمالي الغربي

تتمثل فيما يلي:

- التحقق من توازن الجدول، أي العرض يساوي الطلب؛
- نبدأ بالتوزيع لأول خلية في شمال غرب الجدول بأقصى كمية ممكنة (تبعا لكمية السطر الأول والعمود الأول)، ثم نتجه التالية لها سواءا كانت في صفها أو عمودها؛
- حساب التكلفة الكلية، وذلك بضرب الكميات الموزعة ضمن الخلايا المملوءة في تكاليفها الوحدوية.

مثال (23):

تمتلك شركة أربع مزارع تقوم بتسويق البطاطس إلى أربعة مدن رئيسية، حيث أن الكميات المنتجة للمزارع وطلب المدن مبينة في الجدول الآتي:

المزرعة	الإنتاج(طن)	المدينة	الطلب(طن)
W	30	**A**	20
X	40	**B**	35
Y	25	**C**	50
Z	45	**D**	35

بينما تكلفة نقل الطن الواحد من البطاطس من كل مزرعة إلى كل مدينة موضحة في الجدول التالي:

الوحدة (ون)	**A**	**B**	**C**	**D**
W	7	7	10	8
X	6	6	9	6
Y	8	7	9	5
Z	11	10	12	8

المطلوب: إعداد جدول التوزيع الأولي وفق طريقة الركن الشمالي الغربي؟

الحل:

نحصل على جدول الحل الأولي كما يلي:

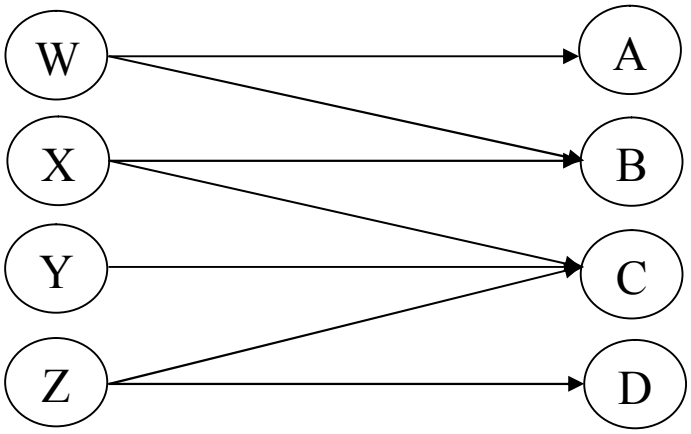
	A	B	C	D	
W	7	7	10	8	
	20	10			**30**
X	6	6	9	6	
		25	15		**40**
Y	8	7	9	5	
			25		**25**
Z	11	10	12	8	
			10	35	**45**
	20	**35**	**50**	**35**	

لحساب تكلفة النقل للحل الأولي، نقوم بضرب الكميات الموجودة في الخلايا المملوءة في تكلفة النقل الوحدوية الموجودة في ذات الخلية، وبالتالي يكون مجموع ما نحصل عليه هو عبارة عن تكلفة الحل المبدئي، ويكون ذلك كما يلي:

$TC_1=(20\times7)+(10\times7)+(25\times6)+(15\times9)+(25\times9)+(10\times12)+(35\times8)$

ون $TC_1=1120$

كما يمكن تمثيل شبكة التوزيع الأولي وفق الشكل الآتي:



2.3.طريقة الخلية ذات الأقل تكلفة (Least Cost method)

طبقا لهذه الطريقة تعطى الأولوية للخلية التي بها أقل تكلفة، ويتطلب ذلك البحث عن الخلية ذات التكلفة الأقل في الجدول والخلية التي تليها، إلى أن يتم تخصيص كل الكميات المتاحة حسب طلبيات نقاط التوزيع، وبالتالي ننقل إليها أكبر كمية ممكنة من المصدر الذي يحقق أقل تكلفة، وهكذا.

1.2.3.خطوات الحل الأولي باستخدام طريقة الأقل تكلفة

تتمثل فيما يلي:

- التحقق من توازن الجدول العرض يساوي الطلب؛
- اختيار الخلية ذات أقل تكلفة ونلبي احتياجاتها بأكبر كمية ممكنة، وذلك تبعا للكمية المعروضة في السطر والكمية المطلوبة في العمود؛
- عند وجود تكلفتين مساويتين، ففي هذه الحالة يتم اختيار التكلفة التي على أساسها توزيع أكبر كمية ممكنة من المصدر إلى مركز الاستلام؛
- نحدد الخلية التالية ذات أقل تكلفة، ونكرر ما سبق في الخطوة الثانية؛
- نحسب تكلفة النقل المترتبة على الحل الأولي.

مثال (24):

تدير شركة الإنتاج الألبان ثلاث وحدات إنتاجية موزعة في الشرق الجزائري، وذلك بطاقات إنتاجية محددة كما يلي:

- الوحدة الإنتاجية الأولى (W) طاقتها الإنتاجية تقدر بـ 30 ألف لتر من الحليب؛
- الوحدة الإنتاجية الثانية (X) طاقتها الإنتاجية تقدر بـ 60 ألف لتر من الحليب؛
- الوحدة الإنتاجية الثالثة (Y) طاقتها الإنتاجية تقدر بـ 80 ألف لتر من الحليب.

وتمتلك هذه الشركة أربعة مراكز تسويقية في الشرق الجزائري طلباتها كما يلي:

- مركز التسويق الأول (A) طلبه قدر بـ 75 ألف لتر من الحليب؛
- مركز التسويق الثاني (B) طلبه قدر بـ 35 ألف لتر من الحليب؛
- مركز التسويق الثالث (C) طلبه قدر بـ 40 ألف لتر من الحليب؛
- مركز التسويق الرابع (D) طلبه قدر بـ 20 ألف لتر من الحليب.

وبفرض أن تكاليف النقل بين كل وحدة إنتاجية ومركز التسويق بالنسبة للتر الواحد من الحليب هي كما يلي:

الوحدة (ون)		مراكز التسويق			
		A	**B**	**C**	**D**
الوحدات الإنتاجية	**W**	9	7	6	5
	X	2	8	9	12
	Y	4	3	10	8

المطلوب: إيجاد التوزيع الأولي لمشكلة النقل من وحدات الإنتاج نحو مراكز التسويق باستخدام طريقة الخلية ذات الأقل تكلفة؟

الحل:

نلاحظ أن الخلية (XA) تحوي على أدنى تكلفة في مصفوفة التكاليف، وبالتالي يتم تشغيل تلك الخلية بكمية قدرها 60000 وحدة، ثم البحث بعد ذلك عن خلية ذات أقل تكلفة نقل للوحدة للمصفوفة كلها، ويتم الاستمرار في هذا العمل حتى يتم استفاء كامل الأسطر والأعمدة، وبهذه الطريقة نكون قد حصلنا على جدول الحل الأساسي كالآتي:

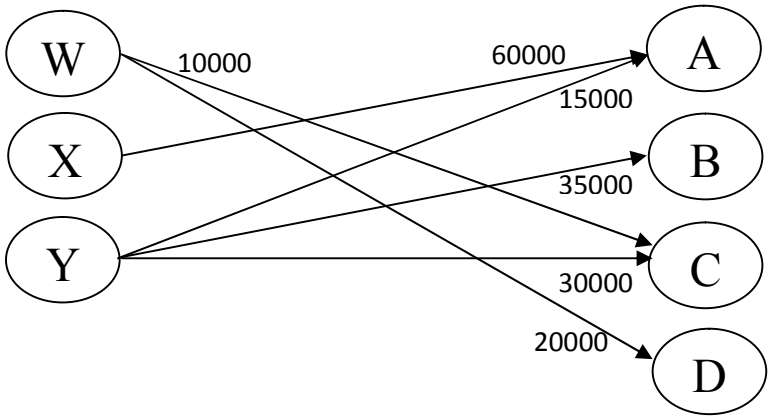
	A	**B**	**C**	**D**	
W	9	7	6	5	
			10000	20000	**30000**
X	2	8	9	12	
	60000				**60000**
Y	4	3	10	8	
	15000	35000	30000		**80000**
	75000	**35000**	**40000**	**20000**	**170000**

لحساب تكلفة النقل للحل الأولي، نقوم بضرب الكميات الموجودة في الخلايا المملوءة في تكلفة النقل الوحدوية الموجودة في ذات الخلية، وبالتالي يكون مجموع ما نحصل عليه هو عبارة عن تكلفة الحل المبدئي، ويكون ذلك كما يلي:

$$TC_1=(10000\times6)+(20000\times5)+(60000\times2)+(15000\times4)+(35000\times3)+(30000\times10)$$

$TC_1=745000$ ون

يمكن تمثيل شبكة التوزيع الأولي وفق الشكل الآتي:



4.التأكد من الوصول إلى الحل الأمثل

لإيجاد الحل الأمثل لمشكلة النقل يجب الانطلاق من الجدول العملي الأولي وفق الطريقة المختارة في عملية التوزيع الأولي، ثم نحاول تحسين الحل باستخدام إحدى الطرق التالية: طريقة التوزيع المعدلة (MODI)، طريقة الحجر المتنقل (Stepping Stone Method)، إلا أننا سنقتصر على دراسة طريقة التوزيع المعدلة والتي تبنى على المراحل التالية:

1.4.مرحلة تقييم الخلايا المملوءة: نقوم بتجزئة التكلفة الحقيقية للخلية المملوءة إلى جزئين قيمة خاصة بالسطر، وأخرى خاصة بالعمود، مع افتراض دائما أن تكلفة الشحن بالنسبة للسطر الأول تساوي الصفر.

2.4.مرحلة تقييم الخلايا الشاغرة: نقوم بحساب التكلفة الوهمية للخلايا الفارغة، وذلك بجمع قيمة السطر مع العمود لكل خلية فارغة.

3.4.مرحلة حساب تكلفة الفرصة البديلة: تظهر هذه التكلفة فقط في الخلايا الفارغة، ويتم احتسابها انطلاقا من طرح التكلفة الحقيقية من التكلفة الوهمية. وهنا يمكننا الحصول على الحالات الآتية:

1.3.4.تكلفة الفرصة البديلة تساوي الصفر: تعني أنه لو يتم تشغيل هذه الخلية الفارغة، فإن التكلفة الكلية (TC) لن يطرأ عليها أي تغيير.

2.3.4.تكلفة الفرصة البديلة أقل من الصفر: تدل على أنه لو يتم تشغيل هذه الخلية الفارغة، فإن التكلفة الكلية (TC) ستنخفض بقيمة تكلفة الفرصة البديلة مضروبة في الكمية التي سيتم توزيعها لهذه الخلية، وبالتالي الحل الأولي قابل للتحسين. بينما في حالة وجود أكثر من قيمة سالبة واحدة لتكلفة الفرصة البديلة فيتم اختيار أكبر قيمة بالقيمة المطلقة.

3.3.4.تكاليف الفرص البديلة كلها موجبة: هذا يعني أنه تم التوصل إلى الحل الأمثل للمشكلة، وفي حالة تشغيل لأي خلية فارغة فإن التكلفة الكلية (TC) سترتفع بقيمة تكلفة الفرصة البديلة مضروبة في الكمية التي سيتم توزيعها لهذه الخلية.

وعليه نحصل على الحل الأمثل عندما تكون كل تكاليف الفرص البديلة موجبة أو معدومة.

ملاحظة:

قبل عملية التقييم ينبغي تحقيق الشرط التالي:

عدد الخلايا المملوءة = عدد الأعمدة + عدد الأسطر – 1

1 – n + m = عدد الخلايا المملوءة

مثال (25):

شركة لديها ثلاث مصادر هي (W, X, Y) وأربعة منافذ هي: (A, B, C, D) والكميات المعروضة من المصادر على الترتيب 15000وحدة، 16000وحدة، 9500وحدة. بينما الكميات المطلوبة للمنافذ كانت على الترتيب 18000وحدة، 12000وحدة، 6000وحدة، 4500وحدة. أما تكلفة النقل من المصدر الأول للمنافذ الأربعة 3، 2، 7، 6 ون، وتكلفة النقل من المصدر الثاني 7، 5، 2، 3ون، وتكلفة النقل من المصدر الثالث 2، 5، 4، 5 ون.

المطلوب: إيجاد خطة النقل المثلى بحيث تكون التكاليف النهائية أقل ما يمكن، مستخدما في ذلك طريقة الركن الشمالي الغربي؟

الحل:

T1	A	B	C	D	
W	6 — 15000	7	2	3	**15000**
X	3 — 3000	2 — 12000	5 — 1000	7	**16000**
Y	5	4	5 — 5000	2 — 4500	**9500**
	18000	**12000**	**6000**	**4500**	**40500**

$TC_1=(1500\times6)+(3000\times3)+(12000\times2)+(1000\times5)+(5000\times5)+(4500\times2)$

TC_1= 162000 ون

حسب طريقة الركن الشمالي الغربي فإن تكلفة التوزيع الأولي تقدر بـ 162000ون

من خلال جدول التوزيع الأولي نلاحظ أن عدد الخلايا المملوءة تساوي 6، وكذا (m+n-1) تساوي 6.

في هذه الحالة يمكننا المرور إلى مراحل تحسين الحل:

- مرحلة تقييم الخلايا المملوءة:

الخلية المملوءة	تجزئة التكلفة الحقيقية	تكلفة السطر (L)	تكلفة العمود (C)
WA	6 = L(W)+C(A)	L(W)=0	C(A)=6
XA	3 = L(X)+C(A)	L(X)=-3	C(A)=6
XB	2 = L(X)+C(B)	L(X)=-3	C(B)=5
XC	5 = L(X)+C(C)	L(X)=-3	C(C)=8
YC	5 = L(Y)+C(C)	L(W)=-3	C(C)=8
YD	2 = L(Y)+C(D)	L(W)=-3	C(D)=5

- مرحلة تقييم الخلايا الفارغة:

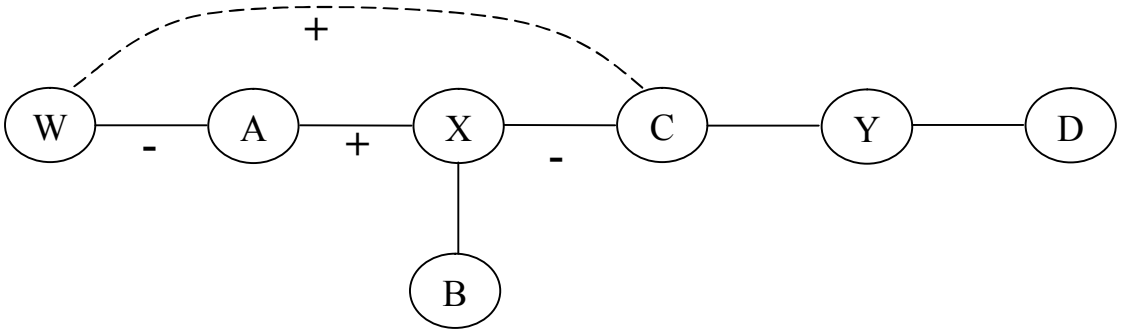
الخلية الفارغة	تكلفة السطر (L)	تكلفة العمود (C)	التكلفة الوهمية
WB	L(W)=0	C(B)=5	L(W)+C(B)=5
WC	L(W)=0	C(C)=8	L(W)+C(C)=8
WD	L(W)=0	C(D)=5	L(W)+C(D)=5
XD	L(X)=-3	C(D)=5	L(X)+C(D)=2
YA	L(Y)=-3	C(A)=6	L(Y)+C(A)=3
YB	L(Y)=-3	C(B)=5	L(Y)+C(B)=2

- حساب تكلفة الفرصة البديلة

الخلية الفارغة	التكلفة الحقيقة	التكلفة الوهمية	تكلفة الفرصة البديلة
WB	7	5	2
WC	2	8	-6
WD	3	5	-2
XD	7	2	5
YA	5	3	2
YB	4	2	2

من خلال المرحلة الأخيرة يتبين لنا أن الحل الأولي ليس حلا أمثلا، لأن هناك خلايا فارغة لها تكلفة فرصة بديلة سالبة، وبالتالي نقوم بتشغيل الخلية (WC) لأنها تحوي أكبر تكلفة فرصة بديلة بالقيمة المطلقة، وعليه في حالة تشغيل هذه الخلية فإن التكلفة الكلية (TC_1) ستنخفض بـ 6 ون لكل وحدة موزعة من (W) نحو (C). وهنا سوف نواجه مشكلتين المشكلة الأولى ما هي الخلايا التي تتأثر جراء تشغيل هذه الخلية؟، والمشكلة الثانية ما هي الكمية الموزعة؟. ولحل المشكلة الأولى نستعين بالشكل الموالي، الذي يوضح العلاقات الموجودة بين الخلايا المشغولة حسب طريقة الركن الشمالي الغربي.

شكل (1): مخطط التوزيع الأولي



يتبن من الشكل رقم (1) أن هناك خلايا تتأثر بالزيادة (إشارة موجبة)، وأخرى بالنقصان (إشارة سالبة) كما هو موضح في الجدول الموالي:

تكلفة السطر	T1	6	5	8	5	تكلفة العمود
		A	B	C	D	
0	W	6 / 15000 -	5 / 7 / 2	8 / 2 / -6 +	5 / 3 / -2	15000
-3	X	3 / 3000 +	2 / 12000	5 / 1000 -	2 / 7 / 5	16000
-3	Y	3 / 5 / 2	2 / 4 / 2	5 / 5000	2 / 4500	9500
التكلفة الوهمية		18000	12000	6000	4500	40500

تكلفة الفرصة البديلة

وتتحدد الكمية التي ستنقل إلى الخلية (WC) من الخلايا المملوءة على أساس أقل مقدار في الخلايا المملوءة التي تحمل الإشارات السالبة في المسار المغلق، ونلاحظ من جدول الحل الأساسي أن هذه الكمية تقع في الخلية (XC)، أي 1000 وحدة. وعليه فإن كل خلية فيها إشارة موجبة سوف تزيد 1000 وحدة، وكل خلية فيها إشارة سالبة سوف تنخفض بنفس الكمية، وبالتالي عند تشغيل الخلية (WC)، فإن التكلفة الكلية للجدول الموالي (TC_2) ستنخفض بمقدار 6000 ون، كما يلي:

TC_2= TC_1 – (الكمية الموزعة × تكلفة الفرصة البديلة)

TC_2= TC_1 – (6×1000) = **156000** ون

بعد إجراء هذه التغييرات نحصل على الجدول الثاني الذي يحوي الكميات الجديدة المعدلة، وللتأكد هل هو توزيع أمثل أم لا، وجب علينا كذلك تطبيق الخطوات أو المراحل السابقة.

T2		6		5		2		-1		
		A		B		C		D		
0	W	14000	6	2	7	1000	2	4	3	15000
-3	X	4000	3	12000	2	6	5	11	7	16000
3	Y	-4	5	-4	4	5000	5	4500	2	9500
		18000		12000		6000		4500		40500

نلاحظ من الجدول الثاني وجود خلايا فارغة فيها تكاليف فرص بديلة سالبة، مما يعني أن هذا الحل كذلك ليس حلا أمثلا. لذلك يتعين علينا مواصلة العمل بنفس المراحل السابقة التي استخدمت في الجدول الأول.

كذلك، نلاحظ وجود قيمتين سالبتين متساويتين لتكلفة البديلة، مما يعني وجب المفاضلة بين تشغيل الخليتين (YA) و(YB)، وأخذ أكبر كمية ممكنة، لكن في هذه الحالة نجد أن الكمية متساوية في كلتا الحالتين، وبالتالي سنشغل واحدة منهما، ولتكن (YA)، ومنه فإن الخلايا المتأثرة ضمن المسار المغلق هي:(WA، WC، YC، YA)، يتم تحديد الكمية انطلاقا من الخلايا التي تحمل إشارة ناقص وأخذ أقل كمية، أي 5000 وحدة.

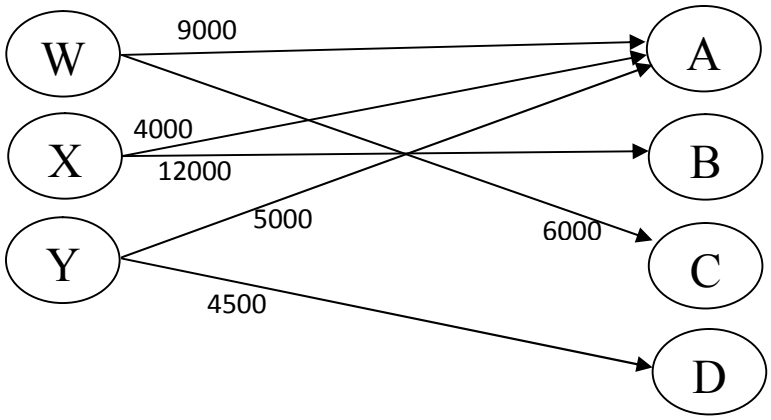
وعليه عند تشغيل الخلية (YA)، فإن التكلفة الكلية للجدول الثالث (TC_3) ستنخفض بمقدار 20000 ون كما الآتي:

$TC_3 = TC_2 - (4 \times 5000) =$ **136000** ون

T3		6		5		2		3		
		A		B		C		D		
0	W	9000	6	2	7	6000	2	0	3	15000
-3	X	4000	3	12000	2	6	5	7	0	16000
-1	Y	5000	5	0	4	4	5	4500	2	9500
		18000		12000		6000		4500		40500

من خلال الجدول الثالث نلاحظ عدم وجود أي خلية بها تكلفة فرصة بديلة سالبة، وعليه فإن الحل غير قابل للتحسين ويعتبر حلا أمثلا، لكن وجود قيم صفرية تدل على وجود توزيع أخر ما عدى هذا التوزيع بشرط بقاء قيمة التكلفة الكلية ثابتة في القيمة 136000 ون، وإذا أردنا الحصول على الحل البديل ما علينا إلا تشغيل الخلية التي بها تكلفة فرصة بديلة معدومة.

وعليه فإن شبكة التوزيع المثلى تكون وفق الشكل الآتي:



5.الحالات الخاصة في مسائل النقل

توجد ثلاث حالات خاصة نفصلها فيما يلي:

1.5.حالة عدم التوازن

تظهر هذه الحالة عندما يكون العرض أكبر من الطلب أو العكس، وبالتالي إذا كان إجمالي الكميات المعروضة أكبر من إجمالي الكميات المطلوبة نضيف عمود وهمي (Dummy Column) يحتوي على كمية طلب مساوية للفرق بين العرض والطلب بتكلفة نقل تساوي الصفر. أما إذا كان إجمالي الكميات المعروضة أقل من إجمالي الكميات المطلوبة نضيف سطر وهمي (Dummy Row) يحتوي على كمية عرض تساوي الفرق الطلب والعرض بتكلفة نقل تساوي الصفر.

مثال(26):

شركة لديها ثلاث مصانع (C,B,A)، حيث أنها توفر الإمدادات لخمسة مراكز للتسوق (G,F,E ,D,H)، إذا علمت أن الطاقة الإنتاجية الشهرية للمصانع هي على التوالي: 800، 500، 900 وحدة، بينما متطلبات مراكز التسوق الشهرية هي: 400،400، 500، 400، و800 وحدة على التوالي، والجدول الموالي يوضح تكاليف النقل الوحدوية من مكان تواجد المصانع إلى مراكز التسوق.

	D	**E**	**F**	**D**	**H**
A	5	8	6	6	3
B	4	7	7	6	4
C	8	4	6	6	5

المطلوب: أوجد جدول التوزيع الأولي باستخدام طريقة الركن الشمالي الغربي؟

الحل:

في هذا المثال يتبن لنا أن مجموع كميات العرض (2200 وحدة) أقل من مجموع الكميات المطلوبة (2500 وحدة)، مما يستدعي إضافة سطر وهمي (Dummy) بتكاليف صفرية وبمقدار 300 وحدة، وبالتالي يصبح الجدول كما يلي:

	D	E	F	D	H	
A	5 400	8 400	6	6	3	**800**
B	4	7	7 500	6	4	**500**
C	8	4	6	6 400	5 500	**900**
Dummy	0	0	0	0	0 300	**300**
	400	**400**	**500**	**400**	**800**	**2500**

ولإيجاد الحل الأمثل لهذه المسالة يتم استخدام طريقة التوزيع المعدل، وذلك بإتباع خطوات تحسين الحل.

مثال(27): لتكن لديك المسالة التالية:

		مراكز الاستلام					العرض
		A	**B**	**C**	**D**	**E**	
المصادر	**V**	13	10	22	29	18	**500**
	W	14	13	16	21	M	**600**
	X	3	0	M	11	6	**700**
	Y	18	9	19	23	11	**400**
	Z	30	24	34	36	28	**300**
الطلب		**300**	**500**	**400**	**500**	**600**	

المطلوب: أوجد جدول التوزيع الأولي باستخدام طريقة الخلية ذات الأقل تكلفة؟

الحل:

نلاحظ أن الكمية المعروضة تفوق الكمية المطلوبة، لذا وجب إضافة عمود وهمي بكمية قدرها 2 لزيادة الكمية المطلوبة حتى تتساوى مع الكمية المعروضة.

		مراكز الاستلام						العرض
		A	B	C	D	E	Dummy	
المصادر	V	13 1	10	22	29 2	18 2	0	500
	W	14	13	16 4	21 2	M	0	600
	X	3 2	0 5	M	11	6	0	700
	Y	18	9	19	23	11 4	0	400
	Z	30	24	34	36 1	28	0 2	300
الطلب		300	500	400	500	600	200	2500

ولإيجاد الحل الأمثل لهذه المسالة يتم استخدام طريقة التوزيع المعدل، وذلك بإتباع خطوات تحسين الحل.

2.5.حالة التحلل (Degeneracy)

تسمى أيضا بحالة عدم الانتظام، تظهر هذه الحالة إما في الجدول الأول أو الجداول الأخرى عندما لا يتحقق الشرط التالي:

عدد الخلايا المملوءة = عدد الأعمدة + عدد الأسطر – 1

ولحل هذه المشكلة نقوم بتخصيص كمية صغيرة جدا (ε) (تؤول إلى الصفر) لواحدة أو أكثر من الخلايا الفارغة، بحيث يصبح عدد الخلايا المملوءة مساويا لـ ($m+n-1$).

مثال (28):

لتكن لديك المسالة الآتية:

	D1	D2	D3	العرض(طن)
S1	8	7	4	**60**
S2	3	8	9	**70**
S3	11	3	5	**80**
الطلب(طن)	**50**	**80**	**80**	**210**

المطلوب: حل هذه المسألة باستخدام طريقة الركن الشمالي الغربي؟

الحل:

نقوم باستخدام طريقة الركن الشمالي الغربي بإعداد جدول التوزيع الأولي فنحصل على ما يلي:

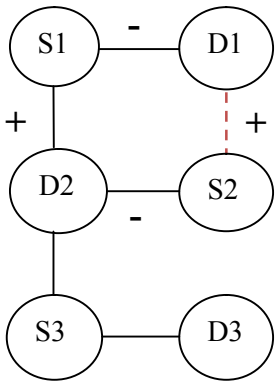
T1		8	7	....	العرض (طن)
		D1	D2	D3	
0	S1	8 **50**	7 **10**	4	**60**
1	S2	3	8 **70**	9	**70**
....	S3	11	3	5 **80**	**80**
الطلب(طن)		**50**	**80**	**80**	

من خلال التوزيع الأولي يتضح أن عدد الخلايا المملوءة هو 4 والمطلوب 5 خلايا (m+n-1=5)، لذا لا نستطيع تقييم كل الخلايا المملوءة، ونتوقف في حساب تكلفة السطر لـ(S2) وتكلفة العمود لـ(D2)، وبهذا نكون في حالة عدم الانتظام. ولتجاوز ذلك نعمد لتشغيل خلية فارغة بكمية صغيرة جدا ($\varepsilon \simeq 0$) حتى نتمكن من تقييم باقي الخلايا المملوءة، لكن مع مراعاة الشروط التالية:

- إكمال المرحلة الأولى، وهي مرحلة تقييم الخلايا المملوءة؛
- اختيار الخلية تكون على أساس أقل تكلفة حقيقية ممكنة؛
- إذا وقعت خلية (ε) ضمن المسار المغلق(الخلايا المتأثرة)، لابد أن لا تأخذ إشارة سالبة وإلا إعادة نقلها إلى خلية أخرى.

فيصبح الجدول كما يلي:

T1		8	7	1	العرض (طن)
		D1	D2	D3	
0	S1	8 **50** -	7 **10** +	1 4 3	**60**
1	S2	9 3 -6 +	8 **70** -	2 9 7	**70**
4	S3	12 11 -1	3 ε	5 **80**	**80**
الطلب (طن)		**50**	**80**	**80**	



وبـ TC_1=**1430**

نكمل خطوات الحل بحساب التكلفة الكلية الأولية مع إهمال الخلية التي تحوي (Ɛ). ثم نبحث عن الخلايا التي سوف تتأثر باعتبار أن الخلية التي سيتم تشغيلها هي (S2,D1)، وعليه فإن الكمية التي يمكن وضعها في هذه الخلية ضمن الجدول الثاني هي 50 طن.

3.5.حالة تجنب التوزيع من مصدر معين إلى منفذ ما

كل الحالات السابقة عالجت المشكلة على أساس أن المصادر (نقاط العرض) تقوم بالتوزيع للمنافذ (نقاط الطلب) بشكل عادي، أي بدون قيود، لكن في الواقع قد يتطلب الأمر حظر نقل كميات من مصدر معين إلى منفذ ما أو أكثر لأي سبب فني كان، وفي هذه الحالة وترجمة لهذا القيد يمكننا افتراض تكلفة عالية جدا لتلك الخلية، التي تربط المصدر وهذا المنفذ، وهو الأمر الذي يضمن عدم شحن أية كمية. ونقوم بحل المسالة بالطريقة المعتادة.

مثال (29):

شركة لديها ثلاث مناجم (M1، M2، M3)، وخمسة مصانع (F1، F2، F3، F4 ، F5)، والكميات المعروضة من المناجم هي: 80، 100، 140 طن يوميا على التوالي، في حين الكميات المطلوبة من المصانع هي: 40، 60، 70، 70، 80 طن يوميا على التوالي، أما تكلفة النقل الوحدوية فهي معطاة في الجدول الموالي:

	F1	F2	F3	F4	F5
M1	4	2	3	2	6
M2	5	4	5	2	1
M3	6	5	4	7	3

نفترض أن هذه الشركة لا ترغب في التوزيع من المنجم الثاني نحو المصنع الخامس، ولتحقيق ذلك نعمد إلى وضع تكلفة كبيرة جدا(m) في الخلية (M2 ;F5) عوض القيمة (1).

المطلوب: اوجد أفضل توزيع باستخدام طريقة الخلية ذات الأقل تكلفة؟

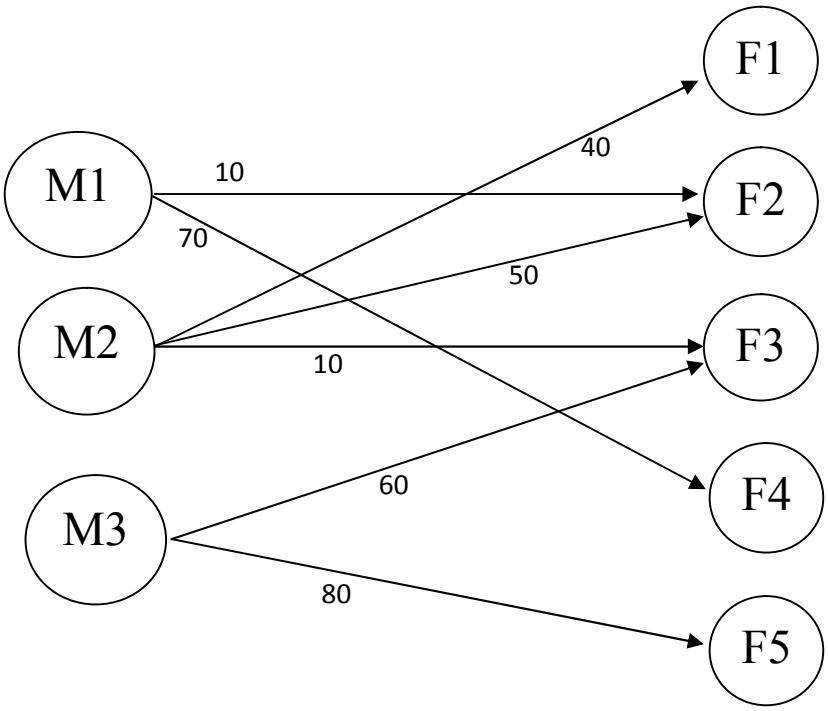
الحل:

نقوم بتغيير تكلفة الخلية (M2 ;F5) من 1 إلى (m)، ثم نستخدم طريقة الأقل تكلفة لإيجاد جدول عملي أول كما يلي:

T1		3	2	3	2	2	العرض
		F1	F2	F3	F4	F5	
0	M1	3 4 1	2 10	3 3 0	2 70	2 6 4	**80**
2	M2	5 40	4 50	5 10	4 9 5	4 m m-4	**100**
1	M3	4 6 2	3 5 2	4 60	3 7 4	3 80	**140**
الطلب		**40**	**60**	**70**	**70**	**80**	**320**

بما أنه لا توجد أية تكلفة فرصة بديلة سالبة، فإن هذا التوزيع يعتبر توزيعا أمثلا.

وعليه فإن شبكة التوزيع المثلى تكون وفق الشكل الآتي:



6.تمارين مقترحة

المطلوب: باستخدام طريقة الركن الشمالي الغربي أوجد الحل الأمثل لهذه المسائل؟

التمرين(1):

	D1	D2	D3	D4	العرض
S1	6	8	8	5	30
S2	5	11	9	7	40
S3	8	9	7	13	50
الطلب	35	28	32	25	

التمرين (2):

	D1	D2	D3	العرض
Q1	2	7	4	40
Q2	3	3	1	10
Q3	5	4	7	70
Q4	1	6	2	140
الطلب	70	90	180	

التمرين (3):

	D1	D2	D3	D4	العرض
S1	6	4	1	5	140
S2	8	9	2	7	160
S3	4	3	6	2	50
الطلب	60	100	150	40	

التمرين (4):

	D1	D2	D3	D4	العرض
S1	11	13	17	14	250
S2	16	18	14	10	300
S3	21	24	13	10	400
الطلب	200	225	275	250	

المطلوب: أوجد الحل الأمثل لهذه المسائل وفق طريقة الخلية ذات الأقل تكلفة؟

التمرين (1):

	D1	D2	D3	D4	العرض
S1	6	8	8	5	30
S2	5	11	9	7	40
S3	8	9	7	13	50
الطلب	35	28	32	25	

التمرين (2):

	D1	D2	D3	D4	العرض
S1	2	3	11	7	60
S2	1	0	6	1	10
S3	5	8	5	9	100
الطلب	70	50	30	20	

التمرين (3):

	D1	D2	D3	D4	العرض
S1	7	8	4	5	500
S2	8	10	2	3	700
S3	7	6	17	8	800
الطلب	900	50	900	50	

التمرين (4):

	D1	D2	D3	D4	العرض
S1	10	7	12	5	425
S2	4	8	9	8	500
S3	2	5	4	3	475
S4	2	6	4	1	200
الطلب	300	600	150	450	